

# SAATEKS

Noor sõber! Raamat sinu ees on abimeheks füüsika õppimisel, eriti füüsikaülesannete lahendamisel. Füüsikaülesanded tunduvad rasked ja tihti on esialgu võimatu aru saada, mida neis tahetakse. Ometi ei ole nad midagi muud, kui probleemid, mis nõuavad sinu poolt koolis õpitud teooria rakendamist. Selleks on vaja analüüsivõimet, head pealehakkamist ja praktikat. Antud raamatu eesmärgiks on näidata, et füüsika õppimine ja füüsikaülesannete lahendamine ei olegi nii raske, nagu algul paistab, vaja on ainult kannatlikkust, analüüsivõimet ja oskust probleemi analüüsida ning sellele läheneda. Lisaks füüsikale õpetab see raamat sind ka loogiliselt mõtlema, probleemidele süsteemselt lähenema ja on seetõttu heaks abimeheks mitte ainult füüsika tundmaõppimisel, vaid ka kõigis sinu ettevõtmistes. Probleemide analüüs ja nende lahendamise loogika on ühesugune nii füüsikas kui ka mistahes muul elualal.

Loodan, et raamat on heaks abimeheks ka õpetajale. Tihti ei jätku tunnis aega ülesandeid lõpuni lahendada, samuti leiab siit kodus analüüsimiseks probleeme, mille lahenduskäik on raamatus toodud ja füüsikaline sisu avatud. Peale selle ootan kõigilt kasutajatelt tagasisidet märkuste, paranduste ja soovitude näol, sest esimene sellelaadne raamat ei pruugi olla täiuslik. Teie abiga loodan seda järgnevates trükkides kindlasti parandada ja täiusendada.

Taolist raamatut, mis õpetab lahendama füüsikaülesandeid koos kommentaaridega, meie õppekirjanduses varem ilmunud ei ole. Loodan, et esimene pääsuke selles valdkonnas leiab hea vastuvõtu.

# SISUKORD

Sissejuhatus	5
Kuidas lahendada füüsikaülesannet?	7

## 1. KINEMAATIKA

1.1. Ühtlane liikumine	16
1.2. Keskmine kiirus	36
1.3. Mitteühtlane liikumine	47
1.4. Pöörlemine	77

## 2. DÜNAAMIKA

2.1. Newtoni seadused	87
2.2. Impulss, töö, energia	129
2.3. Gravitatsioon, liikumine gravitatsioonijõu mõjul	163

# SISSEJUHATUS

Füüsika kuulub meil paraku raskemate õppeainete hulka, seda nii koolis kui ka kõrgkoolis. Teisalt on aga füüsika üks olulisemaid loodusteadusi, sest füüsika ülesandeks on meid ümbritseva maailma kõige põhilisemate ja olulisemate seaduspärasuste väljaselgitamine. Algas see juba väga ammu, kui inimest hakkas huvitama, mis meid ümbritsevas maailmas toimub, miks ja mille mõjul kehad liiguvad jne. Vastavad teadmised on kujunenud aastasadade jooksul ja need on kirja pandud füüsika seadustena. Tänapäeval on meil juba päris hea ettekujutus looduses valitsevatest põhiseadustest ja isegi sellest, kuidas tekkis Universum, mille ühe tähe ümber tiirleval planeedil me elame.

Füüsika seadused ei ole tekkinud juhuslikult, vaid aastasadu kestnud uuringute tulemusena. Tehes katseid, püütakse nende tulemusi üldistada ja leida selliseid seaduspärasusi, mis kehtiks võimalikult paljude nähtuste korral ja annaks teiste analoogiliste nähtuste kirjeldamisel katsega kooskõlas oleva tulemuse. Nii tekkisid näiteks Newtoni seadused, kus Newton püüdis kokku võtta kõik selle, mis kirjeldaks meid ümbritsevate makroskoopiliste kehade liikumist, näiteks Kuu tiirlemist ümber Maa. Analoogiliselt selgusid põhilised seaduspärasused ka elektri ja magnetismi valdkonnas ning teistes teadusharudes. Selgus tõsiasi, et päris ühtseid ja lihtsaid seaduspärasusi, mis kehtiks kogu meid ümbritsevas maailmas, kahjuks ei ole, igas nähtuste maailmas kehtivad oma seaduspärasused ja neil on omad rakendatavuse piirid. Nii on ka Newtoni mehaanikaga ja Newtoni seadustega, mis kehtivad meid ümbritsevas makromaailmas suhteliselt väikeste kiirustega liikumisel (kiirus on palju väiksem valguse kiirusest vaakumis). Suurtel kiirustel tuleb rakendada juba relatiivsusteooriat, mida võib lugeda Newtoni mehaanika üldistuseks suurte kiiruste maailmas. Sama lugu on mikromaailmaga, kus samuti ei saa rakendada Newtoni füüsikat, vaid uut füüsikateooriat – kvantmehaanikat, sest osutus, et mikroobjektid, näiteks elektronid, ei ole kujutatavad tavalises mõttes osakestena (väikeste “kuulikestena”), vaid on samaaegselt ka lained. Nii tundubki füüsika olevat väga keeruline ja kuna füüsika seadused on kirja pandud matemaatiliste valemite ja võrranditena, tuleb lisaks osata ka matemaatikat. Tegelikult asi nii hull pole, sest igas nähtuste maailmas on oma suhteliselt lihtsad põhiseadused ja kui need on endale selgeks tehtud ning neid osatakse kasutada lihtsamate ülesannete lahendamisel, tekib meil arusaam kogu ümbritsevast maailmast.

Eelneva kokkuvõtteks võib öelda, et füüsika ei ole küll lihtne, kuid paraku on füüsikas kirja pandud reaalsed looduseadused, mis meie suvast mingil määral ei sõltu. Seetõttu tuleb füüsikas kirja pandud põhitõed paratamatult ära õppida. Neist üksi on aga vähe kasu, sest ainult valemite päheõppimisest ei piisa, vaja on ka aru saada, miks üks või teine nähtus on just selline, nagu ta on, või miks kehad just selliselt liiguvad, aga mitte teisiti. Selleks ongi vaja lisaks lihtsamate katsete tegemisele lahendada ka ülesandeid ja probleeme, et aru saada, mis mingitel tingimustel võib toimuda ja mis mitte. Ülesannete lahendamine on enamasti kõige suuremaks probleemiks ja tundub, et see ongi füüsikas kõige raskem. Käesolev raamat püüab tõestada, et ülesannete lahendamine ei olegi nii raske, nagu see esialgu paistab.

Seni on meie õppekirjanduses puudunud raamat, mis õpetaks lahendama füüsika ülesandeid. On küll õpikuid ja ülesannete kogusid, aga lahendustega õpikuid ei ole. Käesolev õppevahend püüab seda lünka osaliselt täita. Raamatu eesmärk ei ole niivõrd lahendustega ülesannete toomine kui just selgitamine, kuidas konkreetset ülesannet lahendada. Kuivõrd see on õnnestunud, jääb lugejate otsustada. Loodan, et raamat aitab tõsta iseseisvat ülesannete lahendusoskust, sest autori kogemuse põhjal on nii põhikoolis, gümnaasiumis kui ka ülikoolis füüsika õppimisel peamiseks probleemiks just ülesanded.

Ülesannete valik raamatus on piisavalt mitmekesine. Iga osa algab kõige elementaarsemate ülesannetega, mis näitavad põhivalemite kasutamist ülesannete lahendamisel. Edasi tulevad mõnevõrra keerukamad ülesanded, mis on mõeldud neile, kel lihtsate ülesannetega probleeme ei ole. Nende lahendamiseks piisab samuti gümnaasiumi füüsika ja matemaatika tundmisest, kuid nõuab ülesande sisu sügavamat analüüsi. Viimaste lahendamisest on kindlasti kasu neil, kes lähevad kõrgkooli erialale, mis nõuab baasteadmisi füüsikast ja matemaatikast. Ka kõrgkoolis füüsikat õppides tuletatakse kõigepealt meelde füüsika põhiseadused ja lahendatakse lihtsamaid ülesandeid ning alles seejärel asutakse füüsika sügavama käsitluse juurde. Seetõttu loodame, et raamatust on abi nii gümnaasiumis õppides kui ka kõrgkooli esimestel kursustel.

Usun, et käesolev raamat on abiks ka õpetajale. Tihti kipub ülesannete lahendamine jääma formaalseks ja sobivate valemite otsimiseks ning nende kombineerimiseks. Nii saab tõesti mitmeid ülesandeid lahendada, süvenemata nende füüsikalisse sisusse. Paraku on aga just viimane see kõige olulisem tegur füüsika õppimisel, sest ilma ülesande või probleemi füüsikalist sisu mõistmata ei teki meil ettekujutust looduses valitsevatest seaduspärasustest ja õppimisele kulutatud aeg on raisatud. Autor on seadnud pearõhu just ülesande füüsikalise sisu avamisele, analüüsides ennekõike seda, millise liikumise või protsessiga on tegemist, ja alles seejärel asub otsima valemiteid ning lahendusi. Lahendusele järgneb tihti kommentaar, kus püütakse eelnevat põhjalikumalt lahti seletada või üldistada ülesande tulemusi teistele analoogilistele juhtudele. Raamatut võib kasutada nii füüsikatunnis kui ka kodus õppimiseks, pakkudes õpilasele analoogilisi ülesandeid või paludes analüüsida mõnd joonist, kommentaari või lahenduskäiku.

Täna oma kolleegi, dotsent Pavel Suurvarikut käsikirja lugemise ja väärtuslike märkuste eest, samuti dotsent Rein Saart ja õpetaja Väino Rajasaaret raamatu idee väljapakumise ning mitmete huvitavate ülesannete eest. Eriti tänulik olen ma retsensentidele Erna ja Vanda Pajule käsikirja põhjaliku retsenseerimise ning väga väärtuslike näpunäidete eest.

Ootan ka lugejapoolseid arvamusi, seda nii raamatu sisu, ülesannete valiku, kui ka lahenduskäikude osas. Arvamused võib saata kirjastusse Koolibri aadressil Lehola 8 / Hiiu 38, 10503 Tallinn, aga ka TTÜ Füüsikainstituuti aadressil Ehitajate tee 5, 19086 Tallinn.

*Rein-Karl Loide*

# KUIDAS LAHENDADA FÜÜSIKAÜLESANNET?

Füüsika õppimisel on paljud meist vaadanud ahastades füüsikaülesande teksti ja mõelnud, mis küll sellega peale hakata ja miks üldse on vaja lahendada ülesandeid. Piisab kui õppida seadused ja valemid pähe ning füüsika ongi selge. Paraku nii see ei ole, sest pähe õpitud seadused ja valemid ununevad üsna kiiresti, kui puudub nende elementaarseimgi rakendusoskus. Õppimisele kulutatud aeg on raisatud, kui see ei suurenda teadmisi ega oskusi. Füüsika aga on üks olulisematest loodusteadustest, kõik meid ümbritsevad seadmed ja masinad töötavad kooskõlas loodusseadustega ja selle tõttu on nende tundmisest kasu. Teades füüsika seadusi, on meil võimalik paljudel elujuhtudel hinnata, mis võib toimuda ja mis mitte. Võtame näiteks igapäevase liikluse ja küsime, miks piiratakse auto-de sõidukiirust. Põhjus on lihtne, ükski auto ei saa peatuda silmapilkselt ja selleks kulub teatav aeg. Selle aja jooksul aga auto liigub, tema peatamise tee on seda pikem, mida suurem on auto kiirus. Oletades, et auto sõidab linnas kiirusega 72 km/h, mis tähendab, et igas sekundis läbib auto kakskümmend meetrit. Kui juht märkab takistust, näiteks juhuslikult sõiduteele astunud inimest, kulub tal umbes üks sekund sellele olukorrale reageerimiseks ja alles peale seda vajutab ta pidurile. Selle sekundi jooksul on aga auto edasi liikunud tervelt 20 meetrit ja alles nüüd algab pidurdus. Auto pidurdamisel läbib see veel vähemalt kümme meetrit ja seega on ohutuks peatumiseks vaja vähemalt 30 meetrit. Kui auto oli sõiduteele astunud inimesele lähemal kui 30 meetrit, on otsa-sõidu vältimine ilma avariid tekitamata praktiliselt võimatu. Seda ülesannet analüüsime edaspidi põhjalikumalt, siin toodud näide oli selleks, et näidata mõne lihtsa probleemi praktilist tähtsust.

Praktika näitab, et füüsikaülesannete lahendamine ei olegi nii raske, kui seda arukalt teha. Igas töös on üheks edu aluseks selle tegemine loogilises ja korrastatud järjekorras. Sama kehtib ka füüsikaülesannete lahendamisel. Allpool on toodud mõned põhimõtted, millede järgimine aitab oluliselt ülesannet lahendada. Neid tasub algul täht-tähelt järgida, kuni nad muutuvad harjumuseks, ja siis tundub ülesannete lahendamine juba lihtsam.

## 1. LOE, MÖTLE

**Loe lahendatavat ülesannet hoolikalt ja püüa seda siduda tunnis õpitud materjaliga. Teisisõnu, püüa selgitada, millise liikumise, protsessi või nähtusega on tegemist ja millistele üldistele seadustele see allub.** Eespool toodud auto näites liigub auto sel ajal, kui juht sündmusele reageerib, ühtlaselt ja pärast pidurdamise algust ühtlaselt aeglustuvalt. Mõlemat liikumist kirjeldavad lihtsad valemid.

## 2. ALGANDMED, OTSITAVAD SUURUSED, JOONIS

**Kirjuta välja ülesande algandmed ja suurused, mida on vaja leida. Vajaduse korral joonista välja seda ülesannet iseloomustav joonis, skeem või diagramm.** Algandmete välja-

kirjutamine näitab, mis meil on antud ja mida on vaja leida. Joonis või skeem aga näitab, millega meil on antud ülesandes tegemist. Isegi lihtne skeem on ülesande lahendamisel suureks abiks.

### 3. TEOORIA, VALEMID, VÖRRANDID

**Kirjuta välja vajalikud valemid ja võrrandid. Nende juurde on kasulik lisada lühike sõnaline kommentaar, selgitamaks, millise nähtusega on tegemist ja milliseid üldisi printsiipe oleks vaja rakendada.** Kui on selge, millise nähtuse või liikumisega on tegemist, tasub välja kirjutada seda iseloomustavad valemid. Meie auto näites oleks selleks ühtlast liikumist kirjeldavad valemid ja ühtlaselt aeglustuvat liikumist kirjeldavad valemid.

### 4. LAHENDA, ARVUTA

**Lahenda vajalikud võrrandid ja arvuta algandmetest lähtudes tulemus. Mõnikord on võimalik lahendus lõpuni viia algebraliselt ja siis teha arvutused, teinekord on aga praktilisem arvutada enne mõned vahepealsed tulemused ja alles nende kaudu lõpptulemus.** Kui valemid on välja kirjutatud, saab selgeks, mis on antud ja mida tuleb arvutada. See etapp ülesande lahendamisest on enamasti mingit tüüpi matemaatikaülesanne ja seda tuleb ka vastavalt lahendada, olgu selleks siis võrrandisüsteem, ruutvõrrand või midagi muud. Seejärel arvutame välja numbrilise tulemuse, lähtudes oma algandmetest.

### 5. ÜHIKUD

**Arvutamisel kontrolli, et kõik kasutatavad ühikud oleks samast ühikute süsteemist ja sellest lähtudes kirjuta tulemusele õige ühik.** Kuna üldkasutatavaks kohustuslikuks ühikute süsteemiks on SI, siis on soovitatav kasutada ka selle süsteemi ühikuid. Mõnedel erijuhitudel võib kasutada ka teisi ühikuid. Näiteks liikluses opereerime me enamasti kiiruseühikuga kilomeetrit tunnis, ülesannete lahendamisel aga ühikuga meetrit sekundis. Kui aga ühikuid ühte süsteemi ei teisendata ja kasutatakse erinevate süsteemide ühikuid, ei ole saadud tulemusel mõtet. Et ühikutega probleeme ei tekiks, on soovitatav nad peale algandmete väljakirjutamist kohe ka ühte süsteemi teisendada.

### 6. ANALÜÜSI TULEMUST, KONTROLLI

**Analüüsi saadud tulemust. Püüa selgusele jõuda, kas see on mõistlik, ehk teisisõnu, võrdle oma tulemust teiste analoogilistes tingimustes saadud tulemustega või otsusta tulemuse üle, lähtudes tavalogikast ja tervest mõistusest.** Tulemuse analüüs on oluline. Esiteks saame me sellest targemaks, teades et ülesandes toodud tingimustel on lõpptulemus nii või teistsugune. Teiseks, me võime ka lahendamisel eksida ja siis võimaldab tulemuse analüüs viga avastada. Enamasti kipuvad vead tulema eksimustest arvutustes, kuid vahel võime ka ülesande tingimustest valesti aru saada ja kasutada ebaõigeid valemeid. Tihti saab ülesannet lahendada ka lihtsalt valemeid kombineerides. Kirjutades välja kõik valemid, kus on sees algandmetes olevad suurused, saab otsitavad suurused leida ka nende valemite sobival kombineerimisel. Kindlasti peaks sel juhul lõpus analüüsimis, miks just nendest valemitest järeldus lõpptulemus.

## 7. ANALÜÜSI VEEL KORD

**Kui lahend on leitud ja analüüsitud, vaata probleem veel kord üle. Püüa selgitada, kas on ka teisi teid antud ülesande lahendamiseks.** See, et mõnda ülesannet saab lahendada mitmel viisil, ei ole üllatav. Tihti on see lihtsalt maitse asi, millises järjekorras vajalikke suurusi leida, vahel võib aga mõnele ülesandele leida hoopis ilusama ja lühema lahenduse, kui siin raamatus antud. Põhjus on selles, et ülesannete lahendamine, eriti keerukamate ülesannete puhul, on ka loominguiline protsess ja pakub, sõltuvalt kogemustest ja teadmiste tasemest, mitmeid lähenemisviise ning seega mitmeid lahendusteid. Siin raamatus me paneme pearõhu ülesannete lahendusoskuse arendamisele ja piirdume suhteliselt lihtsate ülesannetega, kuid sellegipoolest tasub peale lahendamist selgitada, kas ülesannet saab ka teisiti lahendada.

Nagu juba öeldud, tasub algul, kui kogemused on väikesed, järgida neid toiminguid tähtselt. Hiljem muutub selline tegutsemisviis juba automaatseks ja kujuneb välja kindel ning korrastatud loogilise mõtlemise süsteem. Sellest on palju kasu mitte ainult füüsika, vaid ka mistahes teiste elus ette tulevate probleemide lahendamisel.

Järgnevalt on toodud suur valik ülesandeid põhjalike lahendustega. Nende lahendamisel on kogu aeg järgitud ülaltoodud põhimõtteid. Neid küll lahenduse käigus enamasti eraldi ära ei märgita, küll aga tasub vaadata, mida ja millises järjekorras lahendamisel tehakse. Kuna järgnevas on tegemist suhteliselt lihtsate ülesannetega, siis püüame ülesande lahendada võimalikult üldiselt ja jõuda kindla lõppvalemieni ning alles seejärel teha vastuse saamiseks vajalikud arvutused. Selline lähenemine võimaldab lahenduskäiku paremini analüüsida. Kui aga on näha, et lõppvalem tuleb keerukas ja ebaülevaatlik, on otstarbekam teha arvutusi järk-järgult.

Eelneva illustreerimiseks toome ühe näiteülesande, mille lahenduskäik on põhjalikumalt lahti kirjutatud.

### NÄIDE 1

**Vabalt langev keha läbib viimase sekundi jooksul poole kogu teest. Leida langemise kõrgus ja aeg. Õhutakistust mitte arvestada.**

#### LAHENDUS.

Antud:

$$t_p = 1\text{ s}$$

$$g = 9,8\text{ m/s}^2$$

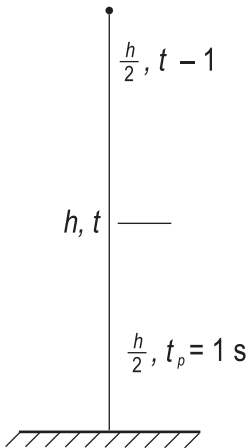
---

$$h = ?, t = ?$$

Tegemist on vaba langemisega, mis toimub vaba langemise kiirendusega  $g = 9,8\text{ m/s}^2$ . (Tavaliselt kirjutatakse see algandmetesse, sest ülesande tekst viitab üheselt vabale langemisele.) Vaba langemise korral, kui algkiirus on võrdne nulliga ja õhutakistus puudub, kehtivad langemiskõrguse ja lõppkiiruse jaoks valemid

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \text{ja} \quad v = gt.$$

Meie ülesande lahendamisel läheb vaja ainult esimest valemit.



Joonis 0.0.1

Teeme ülesannet illustreeriva skeemi (joon. 0.0.1). Vasak pool näitab, et keha langeb kõrguselt  $h$  ajaga  $t$ . Parem pool näitab andmeid, kui me oleme langemiskõrguse jaganud pooleks. Kuna keha läbib viimase sekundi jooksul poole kogu teest, läbib see ülemise poole teest  $t - t_p = t - 1$  sekundi jooksul.

Vaba langemise valemist kasutades kirjutame nüüd välja kaks võrrandit

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{gt^2}{2} \\ \frac{h}{2} &= \frac{g(t-1)^2}{2} \end{aligned} \right\}$$

Esimene neist seob langemise kõrgust ja koguaega, teine aga seda, et ülemine pool teest läbiti ajaga  $t-1$ .

Oleme saanud võrrandisüsteemi, kus on kaks võrrandit ja kaks otsitavat ( $h$  ja  $t$ ). Seetõttu on meil järgnevalt tegemist matemaatikaülesandega, kus tuleb lahendada kahe tundmatuga võrrandisüsteem. Lihtsaim viis selle lahendamiseks on ühe tundmatu asendamine ühest võrrandist teise. Kuna langemise kõrgus  $h$  on võrrandites lineaarsuurus, aeg aga ruudus, on lihtsam kõrguse  $h$  asendamine esimesest võrrandist teise. Saame

$$\frac{gt^2}{4} = \frac{g(t-1)^2}{2},$$

mis peale neljaga korrutamist ja raskuskiirendusega  $g$  taandamist annab

$$t^2 = 2(t-1)^2.$$

Peale parema poole sulgavaldisse ruutu võtmist ja selle kahega korrutamist saame

$$t^2 = 2t^2 - 4t + 2,$$

mis peale kõikide liikmete viimist samale poole annab aja  $t$  leidmiseks ruutvõrrandi

$$t^2 - 4t + 2 = 0.$$

Selle lahendamine toimub samuti tavalist lahendusvalemit kasutades

$$t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-2} = 2 \pm \sqrt{2}.$$

Kasutades nüüd ruutjuur kahe ligikaudset väärtust  $\sqrt{2} = 1,41$ , saame lahenditeks

$$t_1 = 3,41 \text{ s ja } t_2 = 0,59 \text{ s}.$$

Saanud oma ülesandes esimese arvulise tulemuse, tasub seda analüüsida, sest tihti võib matemaatikaülesanne anda võõrlahendeid, mis füüsikaliselt ei sobi. Viimased tuleb muidugi kõrvale jätta. Antud juhul saime kaks lahendit, millest teine ilmselt antud ülesande jaoks ei sobi. Meie ülesande tingimuste kohasel läbis keha viimase sekundi jooksul poole kogu teest, mis tähendab, et keha langemise koguaeg peab olema suurem



kui üks sekund. Järelikult sobib ainult ruutvõrrandi esimene lahend ja võime väita, et langemisaeg on

$$t = 3,41 \text{ s.}$$

Langemiskõrguse arvutame vaba langemise valemist  $h = \frac{gt^2}{2}$

$$h = \left( \frac{9,8 \cdot 3,41^2}{2} \right) \text{ m} = 57,0 \text{ m.}$$

Selleks, et veenduda tulemuse õigsuses, võime arvutada  $t - 1 = 2,41$  s jooksul läbitud tee, mis annab tõepoolest poole teest ehk 28,5 m.

V a s t u s : keha langemise kõrgus on 57,0 m ja langemise aeg 3,41 s.

Toodud lahenduskäik illustreeris ülaltoodud üldiste põhimõtete praktilist järgimist. Siin näites me tegime läbi ka kõik elementaarteisendused, edaspidi jätame mõne lihtsama teisenduse lugejale ja teeme mõningaid lahendusetappe lühemalt. Kõik hädavajaliku aga teeme iga ülesande lahendamisel läbi, mistõttu loodame, et kõik lahendused on lugejale arusaadavad. Paremaks arusaamiseks ja oskuste kinnistamiseks soovitame võtta mõni teine ülesannete kogu, nagu näiteks E. Paju ja V. Paju „Füüsika ülesannete kogu gümnaasiumile”, kirjastus Koolibri, Tallinn 2003, valida sealt mõni analoogiline ülesanne ja lahendada. Ainult iseseisev ülesannete lahendamine süvendab teadmisi ja viib arusaamisele põhilistest looduseadustest. Ka siin raamatus esitatud ülesannete korral proovige algul ülesannet iseseisvalt lahendada ja alles siis vaadake, milline on meie poolt toodud lahendus. Mõnel ülesandel on mitu lahendust ja võib-olla õnnestub teil mõni ülesanne lahendada hoopis lihtsamalt, kui siin raamatus toodud.

Lisaks soovitatule võib ka ise püstitada probleeme ja püüda neid lahendada. Toome siin näitena ühe sellise, mis pakub kasulikku teavet liikluse kohta, seda nii jalakäijale kui ka autoroolis istujale. Püüame arvutada auto peatumisteedkonna, alates ohu märkamisest kuni auto peatumiseni, võttes arvesse nii juhi reageerimise kui pidurdamise. Vastav ülesanne on esitatud näites 2.

## NÄIDE 2

**Arvutada auto peatumisteedkond peale ohu märkamist, arvestades et juhi reaktsiooniaeg on keskmiselt 0,7 s ja auto keskmine pidurduskiirendus  $7,5 \text{ m/s}^2$ . Arvutused teha auto erinevate kiiruste jaoks.**

### LAHENDUS.

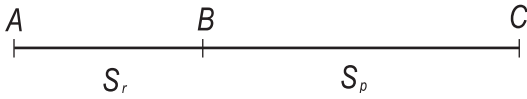
Antud:

$$t = 0,7 \text{ s}$$

$$a = 7,5 \text{ m/s}^2$$

$$s = ?$$

Auto liikumise arvutame kahes osas. Esimene on auto liikumine selle aja jooksul kui juht sündmusele reageerib ja teine auto otsene pidurdamine. Seda kujutame lihtsa skeemiga (joon. 0.0.2), kus lõik  $AB$  on auto liikumine reageerimisaja jooksul ja lõik  $BC$  auto pidurdamine.



Joonis 0.0.2

Peale ohu märkamist kulub juhil 0,7 sekundit sellele reageerimiseks ja alles selle aja möödudes paneb juht jala pidurile ning hakkab pidurdama. Kuni pidurdamise alguseni liigub auto ühtlaselt endise kiirusega  $v$ , mistõttu juhi reageerimisaja jooksul läbib auto teepikkuse

$$s_r = vt.$$

Pärast pidurdamise algust liigub auto ühtlaselt aeglustuvat, kusjuures auto seismajäämiseni läbitakse teepikkus

$$s_p = \frac{v^2}{2a}.$$

Kokku läbib auto peale ohu märkamist teepikkuse

$$s = s_r + s_p = vt + \frac{v^2}{2a}.$$

Järgnevad arvutused esitame tabeli kujul, muutes auto kiirust 5 m/s kaupa.

$v$	$vt$	$\frac{v^2}{2a}$	$s$
5 m/s (18 km/h)	3,5 m	1,7 m	5,2 m
10 m/s (36 km/h)	7,0 m	6,7 m	13,7 m
15 m/s (54 km/h)	10,5 m	15,0 m	25,5 m
20 m/s (72 km/h)	14,0 m	26,7 m	40,7 m
25 m/s (90 km/h)	17,5 m	41,7 m	59,2 m
30 m/s (108 km/h)	21,0 m	60,0 m	81,0 m
35 m/s (126 km/h)	24,5 m	81,7 m	106 m
40 m/s (144 km/h)	28,0 m	107 m	135 m

Saadud tulemusi analüüsime pikemalt. Esimene, ja kõige lihtsam järeldus on, et silmapilkselt ei saa peatada ühtki liikuvat autot. Paraku kipuvad seda tõsiasja eirama ja lakäijad, kes ise kunagi autoroolis ei ole istunud ja arvavad, et auto võiks peatuda silmapilkselt (või väga kiiresti). Kuna ka meie arvutused kinnitavad tõsiasja, et auto läbib sõltuvalt kiirusest peatumiseni lühema või pikema tee, tuleb seda liikluses kindlasti arvestada (seda nii tänaval kõndides kui ka autoroolis istudes). Teiseks, väikestel kiirustel annab pidurdustekonda olulise panuse auto ühtlane liikumine juhi reageerimisaja

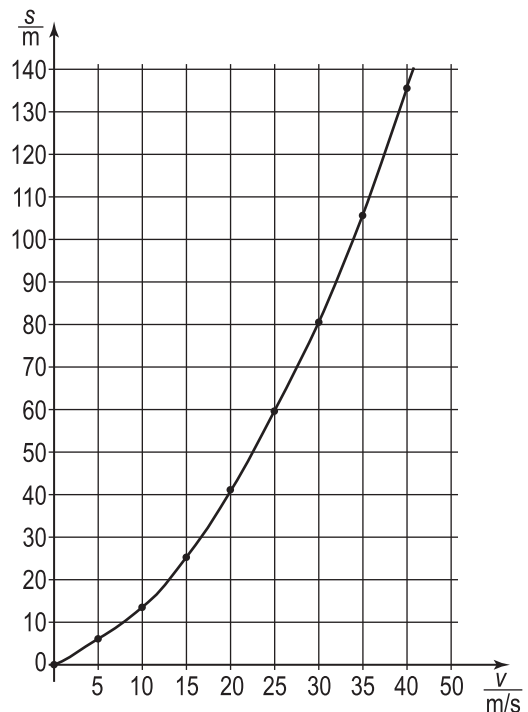
jooksul, mida suuremaks aga saab kiirus, seda pikemaks läheb otsese pidurdamisega seotud teepikkus.

Esitatud tabelist võib teha veel mitmeid järeldusi ja aru saada, miks üldse liikluses kiirust piiratakse. Linnades on kvartalisisestel teedel kiirus tavaliselt piiratud kiirusega 20 km/h. Meil on tehtud arvutus 18 km/h jaoks, mis andis tulemuseks 5,2 m. Veidi suurem kiirus annaks peatumisteedonnaks ligikaudu 6 m. See on suhteliselt lühike ja garanteerib tähelepanelikul sõitmisel ohutu liiklemise. Linnasisene kiirus (ka asulates) 50 km/h annab peatumisteedonnaks 25 m. See on juba piisavalt pikk vahemaa ja nõuab tähelepanelikkust nii juhilt kui ka jalakäijatel, sest ootamatult tee astudes võib kergelt juhtuda õnnetus, kui auto on ligemal kui 25 meetrit. Kui aga linnas sõita kiirusega 70 km/h, nagu seda pahatihti tehakse, on pidurdusteedonn juba 40 meetrit, ning ohu ilmumise korral on õnnetuse ärahoidmine juba piisavalt raske. Kui aga minna maanteele, siis meil lubatud maksimaalse kiiruse 90 km/h korral tuleb arvestada vähemalt 60 m pikkuse peatumisteedonnaga. See on juba päris suur ja näiteks ootamatult tee ilmunud metslooma korral, kui vahemaa on väiksem, on õnnetuse toimumise tõenäosus üsna suur. Tabelis on toodud ka lubatust suuremad kiirused, et illustreerida väga kiire sõidu ohtlikkust. Sõites näiteks kiirusega 150 km/h, mida meie teedel ka paraku ette tuleb, on peatumisteedonn vähemalt 150 m. Siit võib juba igaüks oma järelduse teha, kas selline kihutamine on ohtlik või ohutu.

Lõpetuseks esitame arvutustulemused graafiliselt (joon. 0.0.3), kandes horisontaalteljele auto kiiruse ja vertikaalteljele peatumisteedonna.

Kui saadud tulemusi analüüsida matemaatika poole pealt, siis on asi lihtne, tegemist on kiiruse suhtes ruutfunktsiooniga, mistõttu suurtel kiirustel määrab pidurdusteedonna pikenedmise peamiselt kiiruse ruudust sõltuv osa.

Mõni sõna ülesande algandmetest. Reageerimisaeg on igal inimesel erinev ja sõltub mitmest tegurist. Siin toodu oli katsetest saadud inimese keskmine reageerimisaeg. Mõnel inimesel on see keskmisest lühem, mõnel pikem. Ka oli siin toodud auto päris heade piduritega, mistõttu reaalne pidurdusteedonn on siin arvatust pigem pikem kui lühem.



Joonis 0.0.3

Kokkuvõttes võib öelda, et analoogilisi ülesandeid püstitades ja neid lahendades saame suhteliselt lihtsalt analüüsida mitmeid praktilises elus ettetulevaid probleeme ning anda hinnanguid ühtede või teiste nähtuste kohta.

Teeme siin veel ühe olulise kommentaari matemaatika kohta. Füüsika seadused ja füüsikalised suurused on enamasti kirja pandud matemaatiliste seostena ehk valemitega. Ülesannete ja probleemide lahendamisel tuleb neid kasutada ning teisendada täpselt nii, nagu seda matemaatikas õpetatakse. Vahe on ainult selles, et matemaatikas tähistatakse võrrandis olevat otsitava suurust enamasti tähega  $x$  ja antud suurusi teiste tähtedega, füüsikas aga see tavaliselt nii ei ole ja ositavaks suuruseks võib olla mistahes füüsikaline suurus. Olgu siin näiteks toodud lihtne matemaatiline võrrand

$$ax = b.$$

Otsitava  $x$  leidmiseks tuleb võrrandi mõlemaid pooli jagada  $a$ -ga, mis annab tulemuseks

$$x = \frac{b}{a}.$$

Füüsikas võib meil ühtlase liikumise korral ette tulla analoogiline võrrand

$$vt = s.$$

Oletame, et kiirus ja teepikkus on antud ning tuleb leida selle tee läbimiseks kulunud aeg  $t$ . Tegemist on täpselt samasuguse matemaatilise võrrandiga nagu ülal, ainult et otsitavaks on aeg  $t$  ja selle avaldamine toimub sama moodi, jagades võrrandi mõlemat poolt  $v$ -ga

$$t = \frac{s}{v}.$$

Sama lugu on keerukamate juhtudega. Viimases näites toodud pidurdustekonna sõltuvuse kiirusest kirjutatakse matemaatikud funktsioonina

$$y = ax^2 + bx,$$

meie aga kirjutasime selle kujul

$$s = vt + \frac{v^2}{2a},$$

kus muutujaks oli kiirus  $v$ , mille kaudu leitavaks suuruseks oli auto peatumiseni läbitud teepikkus  $s$ . Tegemist on ilmselt sama matemaatilise funktsiooniga, sest me võime kirjutada

$$s = \left(\frac{1}{2a}\right)v^2 + tv.$$

Teine oluline erinevus on selles, et matemaatilises võrrandis  $ax = b$  pole oluline, milliste suurustega seal tegemist on ja milliseid ühikuid kasutatakse. Füüsikalises võrrandis on igal suurusel kindel füüsikaline tähendus ja reeglina ka kindel mõõtühik. See võib teha

olukorra keerukamaks, sest arvutamisel peame kasutama ühe ja sama süsteemi ühikuid. Mõnedel juhtudel, näiteks elektri ja magnetismi käsitlemisel, võib valemi enda kuju sõltuda ka kasutatavast ühikute süsteemist.

Lõpetuseks teeme veel ühe märkuse. Järgnevates osades esitatud ülesannete lahendused on suhteliselt pikad ja põhjalikud, et anda paremat ülevaadet nende lahenduskäigust. See-eest on numbrilised arvutused antud suhteliselt lühidalt, samuti ka ühikute teisendused. Me eeldame, et numbrilise arvutamisega saavad kõik hakkama. Ühikute teisendamine on samuti suhteliselt lihtne. Toome siin näitena ühe tihti esineva juhu, kiiruse teisendamise. Tavaliselt antakse kiirus tavaelus kasutatavates ühikutes km/h (kilomeetrit tunnis) [inglisekeelsetes maades ka miili tunnis], ülesande lahendamiseks tuleks see aga enamikul juhtudel anda meetrites sekundis ja seetõttu tuleb kilomeetrid teisendada meetriteks ja tund sekunditeks. Näiteks kiiruse 45 km/h korral oleks teisendus järgmine

$$v = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{45 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

Vastupidisel teisendamisel tuleb aga toimida järgmiselt: teades kiirust meetrites sekundis, tuleb see korrutada 3600 sekundiga ja jagada 1000 meetriga

$$v = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{12,5}{1000} \text{ km} \cdot \frac{1}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{12,5 \cdot 3600}{1000} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

**Jõudu ja jaksu lahendamiseks!**